

構造の損傷強さの解析と急速破壊のアナロジー

久しぶりにアカデミックな論文を紹介する。著者は英国ブリストル大学のJ.W.Smith教授である。6年前、全世界に衝撃を与えたWTC、ツインタワー事故のような建築構造物の進行性破壊は、不安定な急速破壊の理論におけるエネルギーの項で類似的に表せる。構造物が部材の損傷によって一方向に変形したとき、破壊された部材あるいは他の損傷部材によって吸収されたエネルギーよりも重力の仕事のほうが大きい場合に進行性破壊が生ずる。亀裂のある板の急速破壊現象と建築物の進行性破壊の主要な違いは、後者が動的現象で、構造物が崩壊するときの運動エネルギーが計算可能だということである。本論ではあらゆるエネルギー成分を考慮することによって、進行性破壊のメカニズムを検討する。構造物の崩壊につながる損傷のシナリオを組織的に探す解析法の構築において、急速破壊のアナロジーを組み込んだ。最も危険度の高いシナリオは損傷エネルギーの最小量を必要とするモデルである。この最小損傷エネルギーを、構造物の損傷強さを評価する尺度として提案した。

急速破壊理論のアナロジー

構造物の進行性破壊に関する破壊力学のアナロジーを図1に示す。ここではある応力状態での亀裂の進展と、1階柱が破壊された後の、構造物の進行性破壊との類似性を示している。亀裂を進展させるために、板が亀裂伝播によって変形するとき荷重によってなされる外部仕事は、板内部のひずみエネルギーの増加+新たな亀裂表面をつくり出すために必要なエネルギーよりも大きくなければならない。同じことが、建築構造物の進行性破壊に対しても当てはまる。梁の変形のように鉛直荷重に

よってなされる仕事は、残存構造物のひずみエネルギーの増加+柱を破壊するのに必要なエネルギーよりも大きくなければならない。すなわち、

$$\delta W_d \geq \delta U + W_f \quad \dots (1)$$

δW_d : 部材破壊の結果としての外部仕事増分

δU : 部材破壊の結果としてのひずみエネルギー増分

W_f : 部材破壊に必要なエネルギーまたは仕事

この式は、運動エネルギー、他の部材の塑性変形、熱の散逸などを含む他の損失を考慮して、次のように一般的に表現することができる。

$$\delta W_d \geq \delta U + W_f + \delta V + \delta W_p + \delta L \quad \dots (2)$$

δV : 運動エネルギー増分

δW_p : 他の部材でなされる塑性仕事

δL : その他の損失 (減衰, 熱)

脆性的な構造では δW_p はゼロに近づき、 δL は通常小さい。しかし運動エネルギーは大きく、構造破壊の進展に従って増大する。不穩定構造物はすぐには崩壊しない。荷重経路の選択肢は釣り合い状態の範囲で有効である。(2)式の左辺が右辺より小さい場合は、荷重によってなされる仕事は進行性破壊を引き起こすのに十分でないことになる。次の部材を破壊させるには何か別の仕事が必要とならなければならない。これを損傷の付加的工作 δW_d と呼ぶことにする。脆性破壊を仮定し、 δL を無視すると、損傷仕事 δW_d は次式で求められる。

$$\delta W_d = W_f - (\delta W_p - \delta U - \delta V) \quad \dots (3)$$

図1bで、損傷が発生した後の建物の変形は動的現象だということは明白である。ここでその動的現象は、重力の下で損傷を受けた構造物の変形によって与えられる運動モードで近似的に表現できると仮定する。こ

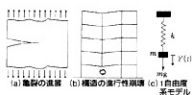


図1 急速破壊のアナロジー

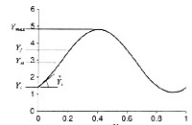


図2 動的変位

れは図1cに示す1自由度系で表せる。減衰を無視すると、運動方程式は次のように書ける。

$$m\ddot{Y} + kY = Q \quad \dots (4)$$

k : 振動モードの一般化剛性

m : 一般化質量

$Y(t)$: モードの動的変位

$Q = mg$: 重力の荷重効果

鉛直荷重(重力)を急に加えた場合の解は、次のように表せる。

$$Y(t) = Y_s - (Y_s - Y_i) \cos \omega t + \frac{\dot{Y}_i}{\omega} \sin \omega t \quad \dots (5)$$

$Y_s = Q/k$: 静的変位

Y_i : 初期変位 \dot{Y}_i : 初速度

$\omega = \sqrt{k/m} = 2\pi/T$

T : 振動周期

この式は、運動のあらゆる段階における系の運動エネルギーとひずみエネルギーの項で表せる。この動的変位を図2に示す。最大変位 Y_{max} は、静的釣り合い変位 Y_s よりも大きい。これは荷重が突然与えられるからである。 Y_i は次の部材が破壊する点の変位である。一般に Y_i が Y_{max} より小さければ、進行性破壊が起こる。さもなければ減衰振動が生じ、構造は静的釣り合い変位 Y_s に落ち着く。

上の解析は構造の進行性破壊の任意ステップに適用可能である。

変位 Y_i における外部仕事 δW_{ext} は

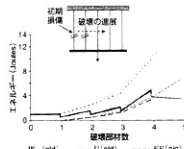


図3 非線形動的解析 (nla) と比較した急速破壊のアナロジー (fa)

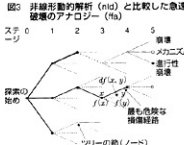


図4 最小損傷探索のツリー

次式で見積もることができる。

$$\delta W_{ext} = mg (Y_j - Y_i) \quad \dots (6)$$

結局、次の吊り材がちょうど破壊する直前の構造の運動エネルギーは、(2)式で計算される。次の部材の破壊直前、この式は釣り合っており、それゆえ次の部材が破壊するために何の仕事もなされていないことに注意すると $W_f = 0$ 。したがって、

$$\delta V = \delta W_{ext} - \delta U \quad \dots (7)$$

そして δV は、次の段階が始まる時の運動エネルギー Y_i の計算に使われる。

ここで述べた手法を使った急速破壊のアナロジーが、図3に示す単純構造物の非線形動的解析と比較検討される。比較の結果は良好で、特に進行性破壊の初期特性をよく表しているのがわかる。運動エネルギーは破壊の後期にのみ重要となってくることも注目に値する。この急速破壊解析法は非線形動的解析のすべてに代わるものではないということにも注意する必要がある。しかし、エネルギーに注目した単純さによって構造の部材破壊経路を探る解析法の中

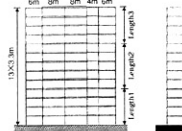


図5 鋼構造多層多スパン骨組モデル (解析例)

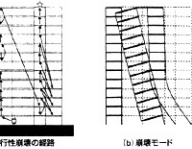


図6 進行性破壊の解析結果

に組み入れるのに適している。

最も危険度の高い損傷シナリオの検索

この手法の目的は構造が崩壊に至るまでの部材損傷の経路を探ることである。損傷エネルギーの最小化、他の目的関数の最小化を検索する間、部材は組織的に試行錯誤で仮の損傷を与えられる。ここでは部材の有限要素モデルが必要である。部材の損傷はそれがほぼゼロになるまで要素剛性が減少することで近似的に評価される。そして構造性能を評価するため構造解析の再計算が行われる間、部材の質量はそのままとする。目的関数が計算され、損傷部材の剛性が元に戻される。目的関数の値を最小にする部材が見つかるまで、このプロセスが繰り返される。次の段階は、目的関数を最小にする損傷部材の1組が見つかるまで試行錯誤で第2の部材に損傷を与える操作が行われる。手法の概要を図4に示す。ここで目的関数の最小化は次式で表される。

$$f(y) = \min [f(x) + qf(x, y)] \quad \dots (8)$$

$f(x)$: ツリーの原点から、すでに確定したツリーに含まれる節点 x までの関数値

$f(y)$: ツリーの原点から新しい節点 y 間での関数値

$f(x, y)$: 節点 x ~節点 y までの関数値の増分

エネルギー比は目的関数のかたちで、次のように与えられている。

$$f(x) = \rho e = \sum W_d / \sum U \quad \dots (9)$$

W_d : (3)式で与えられる損傷のネ

ネットワーク

U : 当該部材のひずみエネルギー
 $\sum U$: 構造の全ひずみエネルギー
 エネルギー保存則から、この変数は荷重のポテンシャルエネルギーの損失と等価である。後者は明らかに、構造の全損傷状態に関する適切な尺度である。

構造部材の崩壊に関する仕事の計算

この解析手法の目的は予想外の損傷を受けたときの構造の損傷強さを評価するためである。損傷の原因は広範囲に渡り、過荷重、突風、衝突、腐食、疲労、そして火災などがある。部材に損傷を与えるエネルギーはいろいろな方法で計算される。これが部材の破壊仕事 W_f である。これは最も大事なパラメータであり、それは実験や解析によって求められる。

解析例

図5に示す13層5スパンの鋼構造ラーメンに対して本論の解析手続きが適用された。8mの梁を支持する1層柱の破壊がスタートである。進行性破壊の経路は図6に示すとおりである。破壊はスパン8mの2階床梁の応力が過大となって進展し順次上層に伝播する。上層部でわずかに破壊の順序が逆転する箇所が見られる。最上層まで破壊が進むと、次に応力過多となるのはエレベータシャフトを構成する4m梁で、隣の6m梁と交互の破壊が上部に進展する。崩壊機構は図6bに示される。